

SEMESTRE 3 : ECHANTILLONNAGE ET ESTIMATION:

Exercice 1 :

Des échantillons aléatoires indépendants comprenant les soldes des comptes courants des clients de deux agences d'une grande banque fournissent les résultats suivants :

Agence bancaire	Nombre de comptes échantillonnés	Solde moyen de l'échantillon	Ecart type de l'échantillon
Agence A	12	1000	150
Agence B	10	920	120

En supposant que les soldes des comptes sont normalement distribués dans les deux agences et que les variances des soldes sont égales, donner une estimation par intervalle de confiance à 90% de la différence des moyennes des soldes dans les deux agences.

Exercice 2 :

Nous cherchons à estimer la proportion p d'entreprises connectées au Web. Sur un échantillon de 135 d'entre elles, l'enquête révèle que 52 le sont (adresse au site web).

- 1- Donner l'estimateur ponctuel de maximum de vraisemblance de p .
- 2- Vérifier qu'il est sans biais et convergent.
- 3- Construire un intervalle de confiance qui aurait 95% de chance de contenir p .

Exercice 3 :

On cherche à estimer le paramètre p d'une loi géométrique dont la fonction de probabilité est donnée par :

$$P(X=k) = q^{(k-1)} p \quad \text{où } p + q = 1 \text{ et } k= 1, 2, 3, \dots$$

On dispose d'un échantillon de n observations de X . Donner l'EMV du paramètre p .

Exercice 4 :

On considère une variable aléatoire X distribuée suivant une loi () de moyenne $(4t)$ et de variance $(4t^2)$. Sa densité de probabilité est donnée par la relation suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{6t^4} e^{-\frac{x}{t}} & \text{pour } x > 0 \\ 0 & \text{pour } x \leq 0 \end{cases}$$

- 1- Calculer l'EMV du paramètre t .
- 2- Vérifier que cet estimateur est sans biais, convergent et efficace.

Exercice 5:

Soit X une variable aléatoire distribuée selon une loi normale de paramètres μ et σ . On observe un échantillon de 10 éléments et on obtient les résultats suivants :

391 ; 372 ; 400 ; 362 ; 386 ; 360 ; 409 ; 416 ; 350 ; 368.

- 1- Trouver les estimations de maximum de vraisemblance des paramètres μ et σ .
- 2- Estimer le quantile d'ordre 95 %.