Faculté des Sciences Juridiques Economiques et Sociales de Fès **Année Universitaire 2007 / 2008**

Série 2 : T.D de « Statistiques III »
Semestre 3 Sections : A - B - C & D.

==

Exercice 1 :
Le temps (en minutes) de fabrication d'un bien par un ouvrier est représenté par une variable aléatoire normale X. On considère deux ouvriers A et B travaillent indépendamment l'un de l'autre. On suppose que :

- Pour A : $X_A = N\left(\mu_A = 60 ; \sigma_A^2 = 36\right)$
- Pour B : $X_B = N\left(\mu_B = 45 ; \sigma_B^2 = 64\right)$

Si A et B commencent leur travail au même instant, quelle est la probabilité que A termine avant B la première unité produite ?

Exercice 2 :
Etant donné un échantillon aléatoire de n éléments indépendants extraits d'une population normale de moyenne μ et de variance σ^2 .

1- Montrer que la quantité : $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ suit une loi $\chi^2_{(n-1)}$. (avec S^2 : quasi-variance)

2- En déduire que la quantité $\dfrac{(\bar{X}-\mu)}{S}\sqrt{n}$ suit une loi de Student à (n-1) d.d.l.

Exercice 3 :
Un ascenseur porte la mention « charge maximale : 375 kg ». Quelle est la probabilité qu'il refuse de démarrer lorsque cinq personnes adultes utilisent simultanément l'appareil ? (on suppose que le poids d'une personne adulte est un caractère normal de paramètres μ =70 kg et de $\sigma^2 = 10^2$).

Exercice 4 :
Dans une compagnie, la moyenne du nombre d'heures manquées par individu est μ = 30 heures et la variance est de σ^2 = 225 heures. On prélève un échantillon de 100 employés de cette compagnie. De plus on observe que 5% des employés ont manqué plus de 60 heures.

1- Quelle serait la probabilité pour que la moyenne du nombre d'heures manquées pour cet échantillon soit : inférieure à 28 heures ? supérieure à 33 heures ?
2- Déterminer un intervalle centré en μ contenant la moyenne de l'échantillon avec une probabilité égale à 0,95.
3- Quelle serait la probabilité pour que cet échantillon compte moins de 4,5% d'individus ayant manqué plus de 60 heures ?
4- Quelle taille de l'échantillon(minimale) faut t-il prélever pour que la moyenne de l'échantillon dépasse 33 heures avec une probabilité inférieure à 1% ? (on supposera un T.A.R).

Exercice 5:

On suppose que les bénéfices quotidiens d'un magasin sont distribués selon une loi normale de moyenne $\mu = 1000$ et d'écart type $\sigma = 150$.

1- Calculer la probabilité pour que le bénéfice quotidien dépasse 1063.
2- Calculer la probabilité pour que, sur 25 opérations de vente, le bénéfice moyen soit supérieur ou égal à 1063.
3- Calculer la probabilité pour que, sur 100 opération de vente, la proportion des bénéfices quotidiens supérieurs à 1063 soit inférieure à 30%.
4- On veut que cette probabilité soit au plus égale à 15,87%. Quelle est la taille de l'échantillon qui permet de réaliser ceci ?(on supposera un T.A.R).

Exercice 6:

On suppose que le poids des étudiants dans une population est un caractère normal d'écart type $\sigma = 5$. Déterminer le réel k tel que, dans un échantillon de taille $n = 29$ extrait au hasard, $P(S^2 \leq k) = 0,95$ où S^2 représente la quasi-variance.

Exercice 7 :

La proportion p d'une population est égale à 0,40. Un échantillon aléatoire simple de taille $n = 200$ est sélectionné. Quelle est la probabilité que la proportion d'échantillon s'écarte au plus de $\pm 0,03$ de la proportion de la population ?

Exercice 8 :

Un paquet de tabac produit par la régie nationale a un poids moyen de 50 g et une variance de 2. En supposant que ce tabac est livré par lots de mille paquets, quelle est la probabilité pour que la différence entre les poids de deux lots soit au moins égale à 200g ?