

Série 3 : T.D de « Statistiques III »
Semestre 3
Sections : A-B-C-D

=====

Exercice 1 :

A partir d'une population normale de paramètres μ et σ^2 , on prélève (TAR) un échantillon de taille $n = 5$. Les estimateurs suivants sont proposés pour μ :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{5}(X_1 + X_2) + \frac{1}{4}(X_3 + X_4 + X_5)$$

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{10}(2X_1 + 3X_2) + \frac{1}{8}(X_3 + 2X_4 + X_5)$$

Repérer les estimateurs sans biais et comparer leurs efficacités relatives.

Exercice 2 :

Dans un échantillon de 100 familles tiré au hasard dans une grande ville, on relève qu'il y a 12 foyers où il se trouve au moins un adulte chômeur à la recherche d'un emploi.

- 1- Donner une estimation, de ce pourcentage, à l'aide d'un intervalle de confiance à 95 %.
- 2- Quelle taille minimale de l'échantillon faut-il prévoir pour avoir un intervalle de confiance à 95 % qui estime à 2% près le pourcentage étudié ?

Exercice 3 :

Lors d'un concours radiophonique, on note X le nombre de réponses reçues chaque jour. On suppose que X suit une loi normale de paramètres μ et σ^2 inconnus. Durant les dix premiers jours, on a les réalisations suivantes :

200 ; 240 ; 190 ; 150 ; 220 ; 180 ; 200 ; 230 ; 210 ; 240.

Donner une estimation ponctuelle de μ et σ .

Exercice 4 :

Dans une population gaussienne, on extrait un échantillon aléatoire de taille $n = 41$. On trouve

que : $\sum_{i=1}^{41} x_i = 410$ et $\sum_{i=1}^{41} x_i^2 = 4260$.

- 1- Donner des estimations ponctuelles $\hat{\mu}$ de μ et $\hat{\sigma}$ de σ .
- 2- Donner une estimation par intervalle de confiance de μ au niveau de confiance égal à 95%, puis 98 %.

Exercice 5 :

Le chiffre d'affaires mensuel d'une entreprise suit une loi normale de paramètres μ inconnu et $\sigma^2 = 2500$. Sur les 12 derniers mois, la moyenne des chiffres d'affaires mensuels a été de 200 Mdhs.

- 1- Donner une estimation par intervalle de confiance de μ au niveau 98 %.
- 2- En déduire une estimation par intervalle de confiance du chiffre d'affaires annuel moyen au risque $\alpha = 0,02$.

Exercice 6:

Après avoir fait passer un test noté sur 100 au personnel d'une entreprise, on choisit un échantillon de taille $n = 20$. La variance de l'échantillon obtenue est de 182.

Calculer un intervalle de confiance pour σ au niveau 95 %.

(On suppose que les notes suivent une loi normale de paramètres μ et σ^2).

Exercice 7:

Soit X une variable aléatoire parente distribuée selon une loi de poisson de paramètre λ .

1- Montrer que la quantité : $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ est un estimateur sans biais, convergent et efficace du paramètre λ .

2- Donner un estimateur de la probabilité $P(X = 0)$.