

## Série 1 De Statistique

**Exercice 1:** Entre les deux tours de l'élection présidentielle, le candidat A commande un sondage à une société spécialisée pour connaître ses chances d'être élu. Si  $p$  est la proportion d'électeurs qui ont l'intention de voter pour lui, cette société est conduite à effectuer le test entre les hypothèses simples suivantes :  $\begin{cases} H_0 : p = 0,48 \\ H_1 : p = 0,52 \end{cases}$

a) Indiquer le sens que l'on peut accorder à ce choix d'hypothèse nulle et déterminer la région critique du test de risque de première espèce  $\alpha = 0,10$  dans le cas d'un sondage réalisé auprès de  $n = 100$  électeurs. On calculera ensuite la puissance pour des valeurs de  $n$  égales à 100, 500 et 1 000.

b) On considère maintenant le test suivant :  $\begin{cases} H_0 : p = 0,49 \\ H_1 : p = 0,51 \end{cases}$

Déterminer la taille d'échantillon minimum pour que la puissance soit supérieure à 0,90 et indiquer dans ce cas la région critique.

**Exercice 2 :** La moyenne des taux d'intérêt pour les crédits commerciaux qu'une grande banque accorde à ses clients est de 5% avec un écart-type ( $\sigma$ ) de 1 point de pourcentage. L'inspecteur de la banque désire savoir si une succursale fixe des taux d'intérêt moyens de 4,75%. Il décide d'accepter cette contre-hypothèse si la moyenne d'un échantillon aléatoire de 100 crédits accordés par cette succursale est inférieure à 4,9%. Calculer la grandeur des erreurs de type I et II.

**Exercice 3 :** Pour votre stage de fin d'études, vous avez été admis dans un centre proposant diverses activités de remise en forme. Le directeur aimerait proposer une nouvelle activité en espérant attirer de nouveaux clients parmi la population potentielle, qui est la population des femmes pratiquant déjà une activité physique. Votre thème de stage est d'étudier la faisabilité de cette nouvelle activité.

1) Enthousiasmé par le sujet, vous construisez un questionnaire pour effectuer une étude de marché. Parti sur le terrain, au bout de 2 jours, vous avez réussi à renseigner 30 questionnaires sur la population potentielle. Sur ces 30 personnes interrogées 9 trouvaient le projet intéressant. Tester l'hypothèse que moins de 40% de la population potentielle trouvaient le projet intéressant avec un risque de 5%. Calculer la  $p$ -value et conclure.

**Exercice 4 :** On veut comparer la variabilité de deux procédés. Deux échantillons aléatoires indépendants donnent

les résultats suivants : Procédé A  $n_1 = 13$   $\bar{x}_1 = 1,5$   $s_1^2 = 12$

Procédé B  $n_2 = 25$   $\bar{x}_2 = 2,0$   $s_2^2 = 15$

1)- Tester l'égalité des deux variances, au seuil de 5%. On suppose la normalité des deux populations.

Calculer la  $p$ -value. Pour un risque de 10%, que peut-on conclure (sans calcul) ? Justifier.

2)- En supposant que  $H_0$  du 1) est vraie, tester l'égalité des moyennes ( $\alpha=5\%$ ). Calculer la  $p$ -value et conclure.

**Exercice 5 :** L'an dernier le salaire hebdomadaire moyen payé par une entreprise pour les nouveaux diplômés en gestion était de 2100 DH. Cette année, à pareille date, un échantillon aléatoire de 25 diplômés donne les résultats suivants :

$\bar{x} = 2180$  DH et  $\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 24000$ . On considère que les salaires sont distribués selon une loi normale. On veut

savoir si le salaire moyen a augmenté.

1)- Calculer la  $p$ -value  $\alpha_0$ . Peut-on conclure que le salaire hebdomadaire moyen a augmenté d'une façon significative pour un risque  $\alpha=5\%$  ?

2)- Calculer la puissance du test lorsque la contre hypothèse spécifie une moyenne de 2200 DH.

**Exercice 6 :** On désire acheter une certaine quantité de lampes fluorescentes. On est non seulement intéressé à une longue durée de vie des lampes mais aussi à une dispersion relativement faible. On décide que l'écart-type de cette caractéristique ne doit pas excéder 100 heures. On vérifie 20 lampes et on obtient une variance de 12500 heures<sup>2</sup>. Est-ce que les lampes du fournisseur semblent excéder la variation permise pour un risque de 5% ? On suppose l'hypothèse de normalité.

**Exercice 7:** Les paramètres d'un procédé sont comme suit : sa moyenne  $\mu$  est égale à 30 et sa variance est inconnue.

Sa loi est supposée Normale. Un échantillon aléatoire de taille  $n=9$  donne les résultats suivants :

32,7 29,6 31,8 31,6 28,5 29,8 30,4 32,8 30

- 1) Eprouver que le procédé est toujours centré à  $\mu=30$  et ceci avec un risque de première espèce de 5%. Calculer la  $p$ -value  $\alpha_0$ . A 10% peut-on toujours dire que le procédé est centré à 30 ?
  - 2) Quelle est la probabilité d'accepter l'hypothèse nulle en 1) si le procédé est en réalité centré à 31 ? Identifier ce risque.
  - 3) On suppose maintenant que l'écart type du procédé est égal à 3.
    - a) Tester l'hypothèse  $\mu=30$  contre l'alternative  $\mu > 30$ . Utiliser  $\alpha=5\%$ .
    - b) On décide de contrôler les 2 risques  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour ce faire, notre plan d'échantillonnage doit satisfaire les exigences suivantes :
      - i) Si le procédé est centré à 30, on aimerait accepter cette hypothèse 95 fois sur 100.
      - ii) Si le procédé est centré à 31, le test devra permettre de rejeter  $H_0$  dans 98% des cas.
- Déterminer la taille d'échantillon nécessaire pour respecter ces critères. Quelle est la valeur critique dans ce cas ?

**Exercice 8:** Le chef du personnel d'une grande entreprise veut déterminer si le nombre moyen d'absences le lundi est plus important que celui de mardi. Voici les absences observées ces dix dernières semaines:

lundi : 84 86 73 77 89 91 75 62 98 75

mardi : 89 56 69 64 38 49 35 57 65 68

Tester l'hypothèse d'un même nombre moyen d'absences en supposant que celles-ci suivent la loi normale. Utiliser un seuil de signification de 1%. (on suppose l'égalité des variances).

**Exercice 9:** 100 individus, aléatoirement choisis, notent deux produits A et B. On obtient les résultats suivants

produit	moyenne	écart-type estimé
A	7,8	3,1
B	6,5	3,2
D	1,3	2,7

Tester l'égalité des moyennes ? (on suppose la normalité de la différence D).

**Exercice 10 :** Une enquête effectuée auprès de 1800 ménages d'ouvriers et 600 ménages d'employés concernant leurs conditions de logement conduisait aux résultats suivants :

	Ménages mal logés	Ménages bien logés
Employés	180	420
ouvriers	630	1170

Tester si la proportion des bien logés chez les employés est significativement différente de celle chez les ouvriers à 5%.

**Exercice 11 :** À la sortie d'une chaîne de fabrication, on contrôle toutes les trente minutes le nombre de pièces défectueuses contenues dans un lot de vingt pièces produites.

Les résultats observés sur 200 lots indépendants sont résumés dans le tableau suivant :

Nombre de défectueux	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de lots	26	52	56	40	20	2	0	4

Quelle loi théorique du nombre de défectueux par lot de vingt peut-on retenir au vu de ces observations?  $\alpha = 5\%$ .

**Exercice 12 :** Pendant 200 minutes, on note toutes les minutes le nombre de voitures qui ont franchi un poste de péage sur l'autoroute, ce qui donne la distribution observée ci-après ( $\alpha = 5\%$ ):

Nombre de voitures	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Effectif observé	1	15	30	46	38	30	16	13	5	3	2	1

Déterminer la loi théorique que l'on pourrait retenir pour modéliser ce phénomène d'arrivées par minute à un péage.

**Exercice 13 :** On a observé dans un département donné un échantillon aléatoire de 100 ventes de fonds de commerce effectuées à la même année. Ces sessions se répartissent, d'après leur montant en MDH (millions de dirhams), de la manière suivante :

Classes	$n_{oi}$ : effectifs observés	Classes	$n_{oi}$ : effectifs observés
[4 ; 6[	4	[12 ; 14[	20
[6 ; 8[	6	[14 ; 16[	25
[8 ; 10[	10	[16 ; 18[	15
[10 ; 12[	10	[18 ; 20[	10

Tester si les données ci-dessus proviennent d'une loi Normale, au seuil  $\alpha = 5\%$  (les valeurs critiques  $z$  devront être arrondies à la 2<sup>ème</sup> décimale pour une bonne lecture de la table statistique).

# Série 1 De Statistique

**Exercice 1:** Une personne doit passer un test consistant en 100 réponses “oui ou non”. On considère que la personne ne répond pas au hasard si plus de 62 réponses sont exactes.

- 1)- Calculer le risque de type I et celui de type II pour une valeur de  $p$ , sous  $H_1$ , égale à 72%. En déduire la puissance.
- 2)- Représenter graphiquement le risque  $\alpha$ , la puissance et les deux régions d'acceptation et de rejet ( $p=0,72$  sous  $H_1$ )
- 3)- Quelle devrait être la taille de l'échantillon nécessaire pour qu'à la fois le risque de première espèce soit égal à 2% et celui de seconde espèce soit égal à 5% ? ( $p=0,72$  sous  $H_1$ ).

**Exercice 2 :** La moyenne des taux d'intérêt pour les crédits commerciaux qu'une grande banque accorde à ses clients est de 5% avec un écart-type ( $\sigma$ ) de 1 point de pourcentage. L'inspecteur de la banque désire savoir si une succursale fixe des taux d'intérêt moyens de 4,75%. Il décide d'accepter cette contre-hypothèse si la moyenne d'un échantillon aléatoire de 100 crédits accordés par cette succursale est inférieure à 4,9%. Calculer la grandeur des erreurs de type I et II.

**Exercice 3 :** Pour votre stage de fin d'études, vous avez été admis dans un centre proposant diverses activités de remise en forme. Le directeur aimerait proposer une nouvelle activité en espérant attirer de nouveaux clients parmi la population potentielle, qui est la population des femmes pratiquant déjà une activité physique. Votre thème de stage est d'étudier la faisabilité de cette nouvelle activité.

1) Enthousiasmé par le sujet, vous construisez un questionnaire pour effectuer une étude de marché. Parti sur le terrain, au bout de 2 jours, vous avez réussi à renseigner 30 questionnaires sur la population potentielle. Sur ces 30 personnes interrogées 9 trouvaient le projet intéressant. Tester l'hypothèse que moins de 40% de la population potentielle trouvaient le projet intéressant avec un risque de 5%. Calculer la  $p$ -value et conclure.

**Exercice 4 :** On veut comparer la variabilité de deux procédés. Deux échantillons aléatoires indépendants donnent les résultats suivants :

$$\text{Procédé A} \quad n_1 = 13 \quad \bar{x}_1 = 1,5 \quad s_1^2 = 12$$

$$\text{Procédé B} \quad n_2 = 25 \quad \bar{x}_2 = 2,0 \quad s_2^2 = 15$$

1)- Tester l'égalité des deux variances, au seuil de 5%. On suppose la normalité des deux populations. Calculer la  $p$ -value. Pour un risque de 10%, que peut-on conclure (sans calcul) ? Justifier.

2)- En supposant que  $H_0$  du 1) est vraie, tester l'égalité des moyennes ( $\alpha=5\%$ ). Calculer la  $p$ -value et conclure.

**Exercice 5 :** L'an dernier le salaire hebdomadaire moyen payé par une entreprise pour les nouveaux diplômés en gestion était de 2100 DH. Cette année, à pareille date, un échantillon aléatoire de 25 diplômés donne les résultats suivants :

$$\bar{x} = 2180 \text{ DH} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 24000. \text{ On considère que les salaires sont distribués selon une loi normale. On veut}$$

savoir si le salaire moyen a augmenté.

1)- Calculer la  $p$ -value  $\alpha_0$ . Peut-on conclure que le salaire hebdomadaire moyen a augmenté d'une façon significative pour un risque  $\alpha=5\%$  ?

2)- Calculer la puissance du test lorsque la contre hypothèse spécifie une moyenne de 2200 DH.

**Exercice 6 :** On désire acheter une certaine quantité de lampes fluorescentes. On est non seulement intéressé à une longue durée de vie des lampes mais aussi à une dispersion relativement faible. On décide que l'écart-type de cette caractéristique ne doit pas excéder 100 heures. On vérifie 20 lampes et on obtient une variance de 12500 heures<sup>2</sup>. Est-ce que les lampes du fournisseur semblent excéder la variation permise pour un risque de 5% ? On suppose l'hypothèse de normalité.

**Exercice 7:** Les paramètres d'un procédé sont comme suit : sa moyenne  $\mu$  est égale à 30 et sa variance est inconnue.

Sa loi est supposée Normale. Un échantillon aléatoire de taille  $n=9$  donne les résultats suivants :

$$32,7 \quad 29,6 \quad 31,8 \quad 31,6 \quad 28,5 \quad 29,8 \quad 30,4 \quad 32,8 \quad 30$$

1) Eprouver que le procédé est toujours centré à  $\mu=30$  et ceci avec un risque de première espèce de 5%. Calculer la  $p$ -value  $\alpha_0$ . A 10% peut-on toujours dire que le procédé est centré à 30 ?

2) Quelle est la probabilité d'accepter l'hypothèse nulle en 1) si le procédé est en réalité centré à 31 ? Identifier ce risque.

3) On suppose maintenant que l'écart type du procédé est égal à 3.

a) Tester l'hypothèse  $\mu=30$  contre l'alternative  $\mu > 30$ . Utiliser  $\alpha=5\%$ .

b) On décide de contrôler les 2 risques  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour ce faire, notre plan d'échantillonnage doit satisfaire les exigences suivantes :

i) Si le procédé est centré à 30, on aimerait accepter cette hypothèse 95 fois sur 100.

ii) Si le procédé est centré à 31, le test devra permettre de rejeter  $H_0$  dans 98% des cas.

Déterminer la taille d'échantillon nécessaire pour respecter ces critères. Quelle est la valeur critique dans ce cas ?

**Exercice 8:** Le chef du personnel d'une grande entreprise veut déterminer si le nombre moyen d'absences le lundi est plus important que celui de mardi. Voici les absences observées ces dix dernières semaines:

lundi : 84 86 73 77 89 91 75 62 98 75

mardi : 89 56 69 64 38 49 35 57 65 68

Tester l'hypothèse d'un même nombre moyen d'absences en supposant que celles-ci suivent la loi normale. Utiliser un seuil de signification de 1%. (on suppose l'égalité des variances).

**Exercice 9:** 100 individus, aléatoirement choisis, notent deux produits A et B. On obtient les résultats suivants

produit	moyenne	écart-type estimé
A	7,8	3,1
B	6,5	3,2
D	1,3	2,7

Tester l'égalité des moyennes ? (on suppose la normalité de la différence D).

**Exercice 10 :** Une enquête effectuée auprès de 1800 ménages d'ouvriers et 600 ménages d'employés concernant leurs conditions de logement conduisait aux résultats suivants :

	Ménages mal logés	Ménages bien logés
Employés	180	420
ouvriers	630	1170

Tester si la proportion des bien logés chez les employés est significativement différente de celle chez les ouvriers à 5%.

**Exercice 11 :** À la sortie d'une chaîne de fabrication, on contrôle toutes les trente minutes le nombre de pièces défectueuses contenues dans un lot de vingt pièces produites.

Les résultats observés sur 200 lots indépendants sont résumés dans le tableau suivant :

Nombre de défectueux	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de lots	26	52	56	40	20	2	0	4

Quelle loi théorique du nombre de défectueux par lot de vingt peut-on retenir au vu de ces observations?  $\alpha = 5\%$ .

**Exercice 12 :** Pendant 200 minutes, on note toutes les minutes le nombre de voitures qui ont franchi un poste de péage sur l'autoroute, ce qui donne la distribution observée ci-après ( $\alpha = 5\%$ ):

Nombre de voitures	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Effectif observé	1	15	30	46	38	30	16	13	5	3	2	1

Déterminer la loi théorique que l'on pourrait retenir pour modéliser ce phénomène d'arrivées par minute à un péage.

**Exercice 13 :** On a observé dans un département donné un échantillon aléatoire de 100 ventes de fonds de commerce effectuées à la même année. Ces sessions se répartissent, d'après leur montant en MDH (millions de dirhams), de la manière suivante :

Classes	$n_{oi}$ : effectifs observés	Classes	$n_{oi}$ : effectifs observés
[4 ; 6[	4	[12 ; 14[	20
[6 ; 8[	6	[14 ; 16[	25
[8 ; 10[	10	[16 ; 18[	15
[10 ; 12[	10	[18 ; 20[	10

Tester si les données ci-dessus proviennent d'une loi Normale, au seuil  $\alpha = 5\%$  (les valeurs critiques z devront être arrondies à la 2<sup>ème</sup> décimale pour une bonne lecture de la table statistique).

# Série 2 De Statistique

**Exercice 1:** Un échantillon de 48 familles avec 5 enfants donne les fréquences suivantes de filles:

0	1	2	3	4	5
2	8	14	15	8	1

Tester l'hypothèse que le nombre de filles suit une distribution binomiale (5 ; 0,5); on suppose que la probabilité d'avoir une fille est de 0,5.(1<sup>er</sup> risque de 5%).

**Exercice 2 :** Un téléphone portable est vendu sous quatre couleurs différentes. Les statistiques d'un point de vente sont :

couleur	noir	blanc	gris	rouge
nombre de téléphones vendus	80	50	75	32

Au risque 5 %, la couleur a-t-elle un effet sur les ventes ?

**Exercice 3 :** Un même logiciel a été vendu à deux sociétés, 8 exemplaires à la société A et 10 exemplaires à la société B. On a relevé le nombre d'utilisations de chaque exemplaire, sur la même période de temps :

Société A	110	82	121	47	103	78	97	143		
Société B	92	101	38	71	52	108	65	64	88	111

Peut-on en conclure que le logiciel est utilisé de façon similaire dans les deux sociétés ?

**Exercice 4:** La direction d'une chaîne de superette hésite entre deux modes de caisses enregistreuses : le modèle A muni d'un crayon à lecture optique et d'un clavier classique pour la facturation des articles non étiquetables tandis que le modèle B est pourvu d'un crayon à lecture optique et d'un système mémorisant la désignation et le prix d'environ 300 articles non étiquetables . Sur les 8 superettes servant de banc d'essai pour tester l'intérêt de l'introduction de caisses à lecture optique, cinq d'entre elles choisies aléatoirement sont équipées du modèle A et les trois autres du modèle B. la question qui se pose par la direction est de savoir si le temps moyen de facturation des articles non étiquetables est significativement plus faible pour le modèle B que pour le modèle A , comme le prétend le constructeur. Pour répondre à cette question, un spécialiste de l'étude des temps est chargé d'analyser les enregistrements effectués par un circuit vidéo. Les résultats obtenus sont les suivants en 10<sup>ème</sup> de secondes :

Superette	1	2	3	4	5	6	7	8
Caisse	A	A	A	A	B	B	A	B
Temps moyen	51	50	45	53	46	49	47	10

**Exercice 5 :** pour les 5 superettes équipées de la caisse A le chargé d'études a décidé de voir si l'utilisation de codes à barre se traduit ou non par un gain de temps. Il faut donc des mesures avant et après introduction de ces nouvelles caisses pour les articles étiquetés. Tester si les performances du nouveau système sont meilleures que celles de l'ancien. Supposons que les résultats observés sont sur le tableau suivant :

Superette	1	2	3	4	5
temps avant	45	49	47	39	10
Temps après	5	42	48	38	10

**Exercice 6:** On aimerait savoir si une firme fait preuve de discrimination à l'embauche envers les femmes pour les postes de cadres. Cette firme vient justement d'organiser une procédure de sélection pour embaucher un nouveau cadre. 30 candidats se sont présentés dont 13 femmes. A priori, tous les candidats semblaient avoir des qualifications équivalentes. A l'issue de tous les tests de sélection, un classement des

candidats est fourni. La première des femmes a obtenu la 8ème place. Les autres femmes ont obtenu les places suivantes : 10, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 29, 30. Peut-on affirmer que la firme évalue significativement moins bien les femmes que les hommes ?

**Exercice 7:** Une étude a pour but de comparer la perception des cadres supérieurs et des employés quant à l'autoritarisme de la direction des entreprises. On tire aléatoirement 15 entreprises et dans chacune d'elle, on sélectionne au hasard un cadre et un employé. Ils doivent chacun répondre à un questionnaire qui permet de calculer un score global qui reflète leur perception du caractère autoritaire de la direction de l'entreprise. Voici les résultats obtenus :

Cadre	94	74	105	126	124	135	56	95	122	78	86	66	63	80	85
Employé	115	95	108	132	144	120	95	98	122	84	94	75	70	82	86

a) Peut-on affirmer que la perception de l'autoritarisme de la direction est différente chez les cadres et les employés ?

**Exercice 8 :** Une campagne publicitaire a été menée pour convaincre les gens d'arrêter de fumer ou de réduire leur consommation de tabac. Afin d'évaluer l'efficacité de leur campagne, les responsables ont demandé à 15 sujets de noter le nombre moyen de cigarettes fumées par jour durant la semaine qui a précédé et la semaine qui a suivi la campagne. Les données sont les suivantes :

Sujet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Avant	45	16	20	33	30	19	33	25	26	40	28	36	15	26	32
Après	43	20	17	30	25	19	34	28	23	41	26	40	16	23	34

En supposant que la distribution de la différence  $D=X_v - X_p$  est normale, déterminez si la campagne a un impact sur la consommation de cigarettes à l'aide du test adéquat. Fixez des limites de confiances de 95% à la différence moyenne réelle entre les traitements. Maintenant, en considérant que les données ne se distribuent pas normalement, procédez au test adéquat et interprétez.

**Exercice 9 :** Une entreprise se demande si elle doit choisir ses employés en procédant elle-même aux classements des candidats ou si elle doit déléguer ce travail à un institut spécialisé.

Voici les classements respectifs de 10 candidats:

Candidat n° : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Entreprise 1 7 2 3 5 9 4 6 10 8

Institut 3 2 1 4 5 6 7 8 10 9

Tester s'il y a un lien entre ces deux classements. Prenez un risque de 5%.

**Exercice 10 :** On reprend ex10 de série 1. Tester s'il ya un lien entre le type de logement et la fonction à 5%

**Exercice 11 :** Sur un échantillon de 10 étudiants pris au hasard dans un groupe important, on a noté la moyenne obtenue dans l'année en contrôle continu (note 1) et la note de l'examen final (note 2), afin de déterminer s'il y a une adéquation entre les 2 notations.

Note 1	10,20	11,30	14,10	8,00	7,40	6,20	13,10
Note 2	11,00	12,00	13,00	9,00	6,00	10,00	13,00

1)- Quel(s) test(s) peut-on proposer pour répondre à la question ? (cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s))

- Test T	- Kolmogorov- Smirnov
- Comparaison de moyennes pour données appariées	- Mann-Whitney
- $\chi^2$	- Wilcoxon pour données appariées

2)- Tester la normalité de la différence des notes.

3)- comparer les moyennes des deux notes.

*Université Sidi Mohamed Ben Abdellah  
Faculté des sciences Juridiques,  
Economiques et Sociales  
- Fès-*

*Année Universitaire 2012/2013  
Filière: Sciences Economiques et Gestion  
Parcours économie S5,  
Statistique Mathématique*